高校数学Ⅰ・Aサンプル問題

ワンピース塾

[03-01-03-01-0001]

1

(1)　$\cos\theta=\dfrac{4}{5}$，$\tan\theta=\dfrac{3}{4}$　　(2)　$\sin\theta=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$，$\tan\theta=\dfrac{1}{2}$　　(3)　$\sin\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\cos\theta=\dfrac{1}{2}$

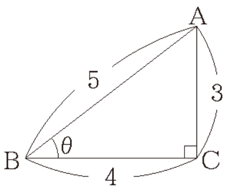
［解説］　$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$，$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$，$1+\tan^2\theta=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$　の公式を利用して解く。ただし，θは鋭角より，$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$の値は正である。

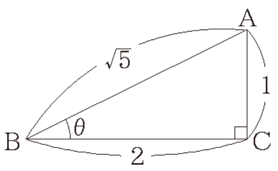
［別解］　下の図のように三角形ABCをかき，3辺の長さの比を求めて解く。

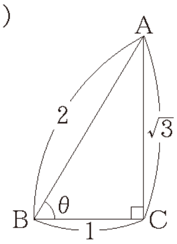
(1)　$BC^2=5^2-3^2=16$　より，$BC=4$　　$\cos\theta=\dfrac{4}{5}$，$\tan\theta=\dfrac{3}{4}$

(2)　$AC^2=(\sqrt{5})^2-2^2=1$　より，$AC=1$　　$\sin\theta=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$，$\tan\theta=\dfrac{1}{2}$

(3)　$AB^2=(\sqrt{3})^2+1^2=4$　より，$AB=2$　　$\sin\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\cos\theta=\dfrac{1}{2}$

(1)


(2)


(3)


[03-01-03-03-0001]

2

(1)　1　　(2)　1　　(3)　2

［解説］(1)　$\sin70^\circ=\sin(90^\circ-20^\circ)=\cos20^\circ$，$\cos70^\circ=\cos(90^\circ-20^\circ)=\sin20^\circ$　なので，与式$=\cos^2 20^\circ+\sin^2 20^\circ=1$

(2)　$\sin20^\circ=\sin(90^\circ-70^\circ)=\cos70^\circ$　なので，与式$=\cos^2 70^\circ+\sin^2 70^\circ=1$

(3)　$\sin50^\circ=\sin(90^\circ-40^\circ)=\cos40^\circ$，$\cos50^\circ=\cos(90^\circ-40^\circ)=\sin40^\circ$　なので，

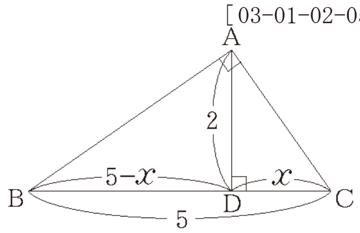
与式$=(\sin40^\circ+\cos40^\circ)^2+(\cos40^\circ-\sin40^\circ)^2$

$=\sin^2 40^\circ+\cos^2 40^\circ+2\sin40^\circ\cos40^\circ+\cos^2 40^\circ+\sin^2 40^\circ-2\cos40^\circ\sin40^\circ=2$

[03-01-02-05-0001]

3

$\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$



［解説］　右図より，$DC=x$ $\left(x<\dfrac{5}{2}\right)$　とすると，$BD=5-x$，

$\triangle ADC \backsim \triangle BDA$　　よって，$\dfrac{x}{2}=\dfrac{2}{5-x}$，$x(5-x)=4$，

$-x^2+5x=4$，$x^2-5x+4=0$，$(x-4)(x-1)=0$　　$x<\dfrac{5}{2}$　より，$x=DC=1$，$BD=4$，

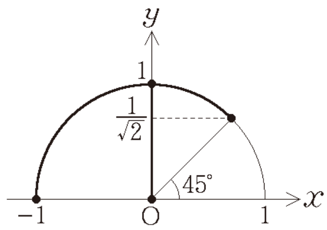
$AB=\sqrt{4+16}=2\sqrt{5}$　　したがって，$\cos B=\dfrac{BD}{AB}=\dfrac{4}{2\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

高校数学Ⅰ・Aサンプル問題

ワンピース塾

［03-01-04-08-0001］

4 (1)　$0 \leqq \sin\theta \leqq 1$　(2)　$-1 \leqq 4\sin\theta - 1 \leqq 3$



［解説］(1)　$\sin\theta$ の範囲は，半径1の単位円の y の範囲にあたる。y 座標は

45° のとき $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$，90° のとき1まで増加し，180° のとき0まで減少するから，

$0 \leqq \sin\theta \leqq 1$

(2)　(1)より，$0 \leqq \sin\theta \leqq 1$　各辺を4倍すると，$0 \leqq 4\sin\theta \leqq 4$，

各辺から1をひくと，$-1 \leqq 4\sin\theta - 1 \leqq 3$

［03-01-04-06-0001］

5 (1)　-1　(2)　0

［解説］(1)　$\cos120^\circ = \cos(180^\circ - 60^\circ) = -\cos60^\circ$　$\sin120^\circ = \sin(180^\circ - 60^\circ) = \sin60^\circ$

よって，与式$= -\cos^2 60^\circ - \sin^2 60^\circ = -1$

(2)　$\cos150^\circ = \cos(180^\circ - 30^\circ) = -\cos30^\circ$　$\sin150^\circ = \sin(180^\circ - 30^\circ) = \sin30^\circ$

よって，与式$= -\sin30^\circ\cos30^\circ + \cos30^\circ\sin30^\circ = 0$

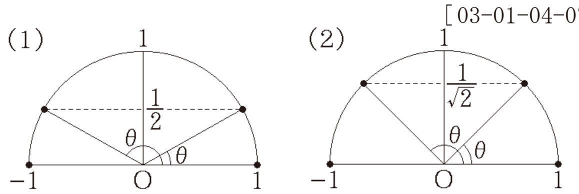
［別解］

(1)　$\cos120^\circ = -\dfrac{1}{2}$，$\sin120^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$　だから，与式$= \dfrac{1}{2} \cdot \left(-\dfrac{1}{2}\right) - \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = -\dfrac{1}{4} - \dfrac{3}{4} = -1$

(2)　$\cos150^\circ = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\sin150^\circ = \dfrac{1}{2}$　だから，与式$= \dfrac{1}{2} \cdot \left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) + \dfrac{\sqrt{3}}{2} \cdot \dfrac{1}{2} = -\dfrac{\sqrt{3}}{4} + \dfrac{\sqrt{3}}{4} = 0$

［03-01-04-07-0001］

6 (1)　0°，30°，150°，180°　(2)　0°，45°，135°，180°



［解説］(1)　右図より，$\sin\theta = 0$　のとき，$\theta = 0^\circ$，180°

$\sin\theta = \dfrac{1}{2}$　のとき，$\theta = 30^\circ$，150°

よって，$\theta = 0^\circ$，30°，150°，180°

(2)　$2\sin\theta\left(\sin\theta - \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right) = 0$　右上図より，$\sin\theta = 0$　のとき，$\theta = 0^\circ$，180°

$\sin\theta = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$　のとき，$\theta = 45^\circ$，135°　よって，$\theta = 0^\circ$，45°，135°，180°

高校数学Ⅰ・Aサンプル問題

ワンピース塾

［03-01-04-09-0001 ］

$\boxed{7}$ (1)　$60^\circ < \theta < 120^\circ$　　(2)　$0^\circ \leqq \theta < 30^\circ$，$150^\circ < \theta \leqq 180^\circ$　　(3)　$30^\circ \leqq \theta \leqq 150^\circ$

［解説］(1)　下の図より，$60^\circ < \theta < 120^\circ$

(2)　$2\sin\theta + 1 < 2$，$2\sin\theta < 1$，$\sin\theta < \dfrac{1}{2}$　　よって，$0^\circ \leqq \theta < 30^\circ$，$150^\circ < \theta \leqq 180^\circ$

(3)　$\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$　を代入して，$3\sin\theta - 2(1 - \sin^2\theta) \geqq 0$，$2\sin^2\theta + 3\sin\theta - 2 \geqq 0$，

$(2\sin\theta - 1)(\sin\theta + 2) \geqq 0$　　$\sin\theta \leqq -2$，$\dfrac{1}{2} \leqq \sin\theta$　　また，$0 \leqq \sin\theta \leqq 1$　だから，$\dfrac{1}{2} \leqq \sin\theta \leqq 1$

よって，$30^\circ \leqq \theta \leqq 150^\circ$